



## PIANO LAUREE SCIENTIFICHE E SCUOLA SECONDARIA

### INDICE

1. Referenti organizzativi	2
2. Una breve descrizione del PLS	2
3. I Laboratori PLS/MAT-DMIF	3
3.1. Laboratorio sull'Infinito	3
3.2. Equazioni non lineari: dalla bisezione ai frattali di Newton.	4
3.3. Equazioni lineari e matrici: la matematica in rete.	5
3.4. Tolomeo astronomo e geografo	5
3.5. Geometrie non Euclidee	6
3.6. Costruzioni con riga e compasso	7
3.7. Le Scienze della vela	8
3.8. Realtà e modelli matematici	9
3.9. Modelli di programmazione lineare intera per problemi di decisione	10
3.10. Equazioni algebriche di terzo grado	10
3.11. L'insieme di Cantor	11
3.12. Il concetto di buco nero	12
4. Le Conferenze PLS/MAT-DMIF	13
4.1. Fattorizzazione unica e geometria	13
4.2. Questioni di razionalità e le quattro operazioni	13
4.3. Finanza moderna e matematica	13
4.4. Giochi d'azzardo e lotterie: miti, illusioni e la dura realtà	14
4.5. Realtà, modelli matematici ed epidemie	14
4.6. Contare l'infinito: uno, due, infiniti infiniti	14
4.7. La matematica della fotogrammetria	14
4.8. Geometria della fisica e fisica della geometria	15
4.9. Donne e matematica	15
4.10. Un viaggio nella crittografia	15
4.11. La fillosassi del girasole: il computer come strumento per esplorare fenomeni naturali	15
4.12. Bioinformatica e sequenziamento di genomi	16
4.13. Miti e paradossi in salsa matematica: un'introduzione ai teoremi di Gödel	16
4.14. ...scusi prof...ma a cosa servono le equazioni?!	16
4.15. ...Blockchain, NFT e metaversi	16
5. Modalità di attivazione di un laboratorio o di una conferenza	17

## 1. REFERENTI ORGANIZZATIVI

- *Stefano Urbinati*, DMIF, Università degli Studi di Udine.  
mailto:stefano.urbinati@uniud.it
- *Raffaele Di Santo*, DMIF, Università degli Studi di Udine.  
mailto:raffaele.disanto@uniud.it

## 2. UNA BREVE DESCRIZIONE DEL PLS

**Un cenno di Storia**

Il *Progetto Lauree Scientifiche* nasce nel 2005 da un accordo tra Ministero dell'Università e della Ricerca, Confindustria e Conferenza Nazionale dei Presidi delle Facoltà di Scienze e Tecnologie. I risultati del progetto sono stati positivi soprattutto perché è stato possibile istituire un collegamento tra sistema universitario e sistema scolastico, il che ha indotto il Miur a rilanciare il progetto, ridenominato "*Piano Lauree Scientifiche*" (*PLS*) a partire dal 2010/2014, con l'obiettivo di sperimentare nuove azioni che rafforzino ulteriormente i rapporti tra scuola e università.

**Obiettivi**

Il problema della diffusione di una corretta concezione dei pregi e dei limiti della scienza e, in particolare, della matematica, delle sue peculiarità e della sua struttura conoscitiva ha radici antiche in Italia. Inoltre la specializzazione estrema raggiunta dalla ricerca matematica e l'importanza che tale ricerca sta assumendo in diversi settori della società, non limitati al mondo accademico, mettono ancor più in evidenza la necessità di un corretto approccio alla didattica della matematica. Infine le difficoltà a collegare la didattica della matematica con la ricerca e la recente estremizzazione del valore della competizione in ogni ambito della vita sociale hanno aggravato il problema.

Con il progetto PLS-Matematica lo Stato Italiano si pone l'obiettivo di diffondere una percezione corretta della pratica scientifica. Più precisamente, tramite il PLS-Matematica si cerca di offrire, agli insegnanti e agli allievi, una serie di strumenti atti a migliorare la loro conoscenza e la loro visione d'insieme sulla matematica. Tali strumenti non hanno la minima pretesa di interferire, né tantomeno di sostituire, la normale didattica svolta a scuola. Inoltre l'effetto sperato non consiste solo nel tentativo di aumentare il numero degli immatricolati al corso di Laurea in matematica, o alla loro capacità di resilienza una volta entrati in tale percorso di laurea, ma vuole, appunto, estendere, in modo complementare a quanto fatto a scuola, e in assenza di forme reali di competizione, la conoscenza della matematica. Tutto ciò richiede uno sforzo attivo e collaborativo da parte dei docenti interessati e dei discenti coinvolti.

In sintesi, l'obiettivo primario del PLS consiste in un'attività di orientamento verso le discipline scientifiche e di divulgazione della cultura scientifica attraverso metodologie che stimolino uno sforzo attivo e consapevole di tutte le persone coinvolte in tale attività.

**Strumenti**

Gli strumenti principali utilizzati dal PLS-Matematica per la diffusione della cultura scientifica consistono:

- (1) nell'attivazione di Laboratori didattici rivolti a studenti della scuola secondaria superiore;
- (2) nell'attivazione di Corsi di formazione per insegnanti;
- (3) in conferenze tenute da professori universitari e o altri esperti presso le varie scuole;
- (4) nella produzione di materiali, libri o piattaforme informatiche.

### 3. I LABORATORI PLS/MAT-DMIF

I laboratori PLS-Matematica, le cui descrizioni analitiche seguono qui di sotto, sono gestiti sia da docenti universitari che dai docenti della scuola che ne farà richiesta, coadiuvati, talvolta, da un docente di riferimento del DMIF e certificati dal responsabile locale del PLS-Matematica. Le attività si svolgono nella sede dell'istituto scolastico con la possibilità di realizzarne alcune presso la sede del DMIF. Alcuni laboratori, per essere attivati, richiedono incontri di preparazione o di concertazione fra docenti della scuola e dell'università o strutture che possono non trovarsi nell'istituto richiedente.

#### 3.1. Laboratorio sull'Infinito.

**Prof. Alberto Marcone e Prof. Vincenzo Dimonte**

Gli insiemi con infiniti elementi si possono confrontare stabilendo se uno è più grande dell'altro, come nel caso degli insiemi finiti? Possiamo trattare l'infinito o gli infiniti come fossero dei numeri e sommarli o moltiplicarli fra di loro? I paradossi dell'infinito implicano davvero contraddizioni? Queste domande hanno posto una sfida non banale ai matematici dei secoli scorsi e solo agli inizi del '900 hanno ottenuto una risposta soddisfacente. In questo seminario introdurremo il concetto di infinito da un punto di vista matematico. Percorreremo velocemente la sua storia e come i matematici siano riusciti a risolvere i problemi che il concetto di infinito ha sempre portato con sé.

##### 3.1.1. *Prerequisiti.*

Numeri razionali e reali, funzioni iniettive, suriettive, bigettive.

##### 3.1.2. *Numero delle Lezioni e loro scansione oraria.*

Nell'ultima edizione svolta presso il Liceo *Pujati* di Sacile, nell'anno scolastico 2016/17 il monte ore totale è stato di 16 ore, scandite nel modo seguente:

- (1) conferenza Prof. Marcone di 2 ore;
- (2) conferenza del Prof. Lavecchia del DIUM di 2 ore;
- (3) 2 ore di laboratorio gestito dagli insegnanti in compresenza con il Prof. Marcone;
- (4) 2 ore di seminario svolto dal Prof. Marcone presso il DMIF;
- (5) 2 ore di laboratorio gestito dagli insegnanti in compresenza con il Prof. Marcone;
- (6) 2 ore di seminario svolto dal Prof. Marcone presso il DMIF;
- (7) 2 ore di laboratorio gestito dagli insegnanti;
- (8) conferenza del Prof. Marcone di 2 ore.

Laboratori e conferenze si possono svolgere presso la scuola di appartenenza e, in parte e se lo si desidera, presso l'università. Sarebbe preferibile che

gli insegnanti gestissero personalmente (confrontandosi con il Prof. Marcone) circa metà del laboratorio.

### 3.1.3. *Numero massimo di allievi.*

Se si vuole interagire con gli studenti facendoli lavorare un poco in modo interattivo il numero massimo è di 30 studenti. L'elemento più importante, viste le passate esperienze, consiste nella motivazione: il laboratorio è stato assai produttivo quando è stato rivolto a studenti motivati e interessati (appartenenti a diverse classi) piuttosto che a classi intere.

## 3.2. **Equazioni non lineari: dalla bisezione ai frattali di Newton.**

**Prof. Dimitri Breda**

L'argomento protagonista è la ricerca degli zeri di una funzione reale di variabile reale. Analizzeremo i metodi computazionali principali per l'approssimazione degli zeri, ovvero il metodo di bisezione ed il metodo di Newton. Una volta "digeriti" gli aspetti principali restringeremo lo studio al caso delle radici dei polinomi algebrici, partendo dalle classiche formule risolutive esatte e arrivando all'adattamento del metodo di Newton, passando attraverso la regola di Ruffini ed il metodo di Horner. Alla fine affronteremo un aspetto particolarmente delicato quale la scelta del valore iniziale per generare le approssimazioni. Lo studio di questo problema porterà in modo naturale ai cosiddetti frattali di Newton.

Il laboratorio è preceduto dalla conferenza *... ma quanto vale  $\sqrt{5}$ ?* tenuta, presso gli Istituti aderenti e allo scopo di introdurre gli alunni alle tematiche trattate, dal docente universitario di riferimento. Esso continua poi con una fase preliminare di preparazione dei requisiti, condotta dagli insegnanti coinvolti presso i relativi Istituti. Si giunge quindi allo stage degli alunni presso i laboratori del Dipartimento di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche, dove vengono impartite le nozioni base di Matlab e si procede all'implementazione dei codici e all'ottenimento dei frattali. Possono poi seguire opportune fasi di approfondimento e verifica.

Con un po' di pazienza, e guidati dal motore principe della ricerca e delle innovazioni scientifiche e, in genere, culturali — la curiosità — alla fine di quest'esperienza si avrà una visione più ampia del problema di determinare le soluzioni di equazioni e la scomposizione di polinomi. Certo non preterremo di coglierne a pieno tutte le proprietà, ma per questo c'è sempre l'opportunità di iscriversi al Corso di Laurea in matematica!

### 3.2.1. *Prerequisiti.* Rudimenti di analisi (calcolo).

3.2.2. *Scansione oraria.* Il numero proposto di ore per svolgere questo Laboratorio varia a seconda della necessità del Docente facente richiesta. In ogni caso il numero massimo di ore previsto è di 15, come segue dal seguente programma:

- (1) incontro progettuale con insegnanti (max 1h, se necessario);
- (2) conferenza di 1.30/2h inaugurale da parte del Prof. Breda da tenersi presso l'istituto facente richiesta;
- (3) eventuale "azzeramento" da parte degli insegnanti (qb, max 4/6h);
- (4) laboratorio 3h (presso DMIF o presso istituto se dotato di Matlab/Octave);

- (5) laboratorio 3h (presso DMIF o presso istituto se dotato di Matlab/Octave).

3.2.3. *Numero massimo di allievi.* Precisiamo che il numero massimo di allievi che possono partecipare alla conferenza iniziale è condizionato unicamente dalla capienza dei locali messi a disposizione dell'istituto richiedente. Tuttavia le attività laboratoriali non consentono un numero superiore a 40 di allievi partecipanti.

### 3.3. **Equazioni lineari e matrici: la matematica in rete.**

**Prof. Dimitri Breda**

Partendo da semplici equazioni lineari, sono sviluppati gli aspetti sia algebrici che geometrici riguardanti la risoluzione dei sistemi lineari, gettando prima le basi del calcolo vettoriale e matriciale ed investigandone poi le implicazioni nel campo delle trasformazioni lineari nel piano. Fatti propri tali strumenti, si esplora la struttura matematica dell'algoritmo Pagerank di Google. Si analizzano e sperimentano infine quegli strumenti propri dell'analisi numerica che ne permettono l'implementazione efficiente, in particolare il metodo delle potenze per il calcolo dell'autovalore dominante. Come strumento informatico di supporto si utilizza il software Matlab attraverso il quale si produce un codice completo per il calcolo del Pagerank. Il codice è testato sia su esempi di web accademici che reali. L'attività è preceduta da un seminario introduttivo ("Scusi prof...ma a cosa servono le equazioni?!") del docente che può essere allargato a più classi.

3.3.1. *Scansione oraria.* Il numero proposto di ore per svolgere questo Laboratorio varia a seconda della necessità del Docente facente richiesta. In ogni caso il numero massimo di ore previsto è di 15, come segue dal seguente programma:

- (1) incontro progettuale con insegnanti (max 1h, se necessario);
- (2) conferenza di 1.30/2h inaugurale da parte del Prof. Breda da tenersi presso l'istituto facente richiesta;
- (3) eventuale "azzerramento" da parte degli insegnanti (qb, max 4/6h);
- (4) laboratorio 3h (presso DMIF o presso istituto se dotato di Matlab/Octave);
- (5) laboratorio 3h (presso DMIF o presso istituto se dotato di Matlab/Octave).

3.3.2. *Numero massimo di allievi.* Precisiamo che il numero massimo di allievi che possono partecipare alla conferenza iniziale è condizionato unicamente dalla capienza dei locali messi a disposizione dell'istituto richiedente. Tuttavia le attività laboratoriali non consentono un numero superiore a 40 di allievi partecipanti.

### 3.4. **Tolomeo astronomo e geografo.**

**Prof. Gianluca Gorni e Prof. Paolo Bussotti**

**La geografia di Tolomeo.** Il seminario del Prof. Gorni inizia con una breve storia della geografia antica, per concentrarsi poi sull'opera geografica di Tolomeo. Viene in particolare spiegata in dettaglio la sorprendente e controversa tesi del Prof. Lucio Russo, secondo cui nell'opera di Tolomeo si nasconde la prova matematica che gli Antichi conoscevano l'America.

**L'astronomia di Tolomeo.** Il Prof. Bussotti tiene un seminario su fondamenti dell'astronomia tolemaica, coi seguenti argomenti: i moti apparenti della volta celeste e le loro periodicità (sole, stelle fisse, pianeti); l'anomalia in velocità e il moto retrogrado; le teorie di Apollonio, Ipparco e Tolomeo, il problema del geocentrismo e il passaggio all'eliocentrismo in epoca moderna.

**L'astrolabio.** Il Prof. Bussotti tiene una conferenza sulla storia e la struttura dell'astrolabio, seguita da un laboratorio pratico: la costruzione di astrolabi in cartone e plastica con materiale fornito dal docente. Se il meteo è favorevole si può fare una misura pratica di latitudine usando l'ombra di un bastone, oppure un'esercitazione di uso di un astrolabio vero.

**Proposte di ulteriori laboratori fra cui scegliere.** In collaborazione con un docente di latino o greco si possono incaricare gli studenti di individuare le località moderne corrispondenti a luoghi elencati da Tolomeo, sfruttando anche la ricerca su internet e strumenti come GoogleEarth, confrontando poi le coordinate. Usando strumenti informatici (un foglio elettronico può bastare) si possono trovare e visualizzare le rette di regressione per il confronto fra le coordinate di Tolomeo e quelle moderne (i dati grezzi saranno forniti a richiesta dal Prof. Gorni). Usando strumenti online si possono cercare i parametri che sovrappongono le località di Tolomeo su quelle moderne.

Bibliografia: Lucio Russo, *L'America Dimenticata*, Mondadori Università (2013).

3.4.1. *Prerequisiti.* Latitudine e longitudine, nozioni generali di geografia, astronomia e storia antica. Equazione della retta nel piano cartesiano. Grandezze empiriche direttamente proporzionali. Errori di misura. Un minimo di familiarità con la trigonometria (risoluzione di triangoli) può giovare, ma non è indispensabile. Eventuali competenze informatiche degli studenti si possono sfruttare nei laboratori.

3.4.2. *Numero delle Lezioni e loro scansione oraria.* Il numero proposto di ore per svolgere questo Laboratorio è di 6/8 ore di didattica frontale. Tuttavia un Docente che accettasse di partecipare all'iniziativa avrebbe certamente la possibilità di aggiungere altro materiale a quello proposto sino ad un raddoppio delle ore indicate. La scansione proposta è la seguente:

- (1) 2 ore di lezione Prof. Gorni;
- (2) 2 ore di lezione Prof. Bussotti;
- (3) 2 ore di laboratorio Prof. Bussotti;
- (4) 2 ore di laboratorio di geografia antica.

3.4.3. *Numero massimo di allievi.* 40

### 3.5. Geometrie non Euclidee.

**Prof.ssa Giovanna D'Agostino e Prof. Sebastiano Sonogo**

Nel laboratorio esploreremo l'evolversi nel tempo dell'idea di geometria e come questa venga radicalmente rinnovata ad un certo punto della sua storia, quando, non prima di aver superato molte resistenze, una visione "ingenua" viene soppiantata da una più consapevole. Il laboratorio è introdotto e

concluso da una serie di seminari in cui docenti universitari presentano la storia delle geometrie non euclidee e i loro rapporti con il mondo fisico. Nel laboratorio vero e proprio utilizzeremo il software di geometria dinamica GeoGebra per esplorare il piano di Poincaré, una realizzazione concreta di geometria non euclidea: incontreremo rette che si avvicinano sempre più senza mai incontrarsi, triangoli in cui la somma degli angoli interni non fa 180 gradi ed altri esempi dello strano (ma reale) mondo non euclideo.

3.5.1. *Prerequisiti.* Per la parte matematica: geometria euclidea. I prerequisiti di fisica sono necessari solo per seguire il secondo seminario del Prof. Sonogo, e per questo la cosa migliore sarebbe che gli studenti avessero una idea su cosa sia la relatività, ma ciò non è strettamente necessario.

3.5.2. *Numero delle Lezioni e loro scansione oraria.* Il laboratorio si articola in 4 ore di conferenza e in 6 ore di Laboratorio per un totale di 10 ore.

- (1) conferenza introduttiva Prof. Sonogo di 2 ore;
- (2) 2 ore di laboratorio gestito da personale preparato dalla Prof.ssa D'Agostino;
- (3) 2 ore di laboratorio gestito da personale preparato dalla Prof.ssa D'Agostino;
- (4) 2 ore di laboratorio gestito da personale preparato dalla Prof.ssa D'Agostino;
- (5) seminario finale Prof. Sonogo di 2 ore.

Tale laboratorio è stato già attivato presso *I.S.I.S. "Arturo Malignani"* di Udine. I laboratori possono esser svolti in loco sempre che l'istituto che decida di attivare il laboratorio abbia un laboratorio informatico, altrimenti è possibile svolgere i laboratori presso i locali del DMIF.

3.5.3. *Numero massimo di allievi.* 40

### 3.6. **Costruzioni con riga e compasso.**

**Prof.ssa Giovanna D'Agostino e Dott. Nizar Salahi Al Asbahi**

Nell'antica Grecia la matematica aveva in gran parte un aspetto costruttivo e le costruzioni preferite erano quelle che si possono realizzare utilizzando solo una riga ed un compasso. I greci scoprirono che alcune figure geometriche sono costruibili con riga e compasso (più o meno facilmente) mentre altre (realizzare un cubo di volume doppio rispetto a quello di un cubo di spigolo dato o trisecare un angolo di 60 gradi) sembravano sfuggire a questo tipo di esercizio. Sarà necessario attendere quasi duemila anni, grazie allo sviluppo di una nuova disciplina che iniziava a riscuotere i primi successi - l'algebra - prima di capire che alcune costruzioni relativamente semplici da descrivere sono impossibili da ottenere con riga e compasso.

Nel laboratorio, con l'aiuto di strumenti virtuali costruiti tramite il software di geometria dinamica *GeoGebra*, realizzeremo varie costruzioni con riga e compasso, aiutandoci con le proprietà della geometria euclidea.

Il laboratorio è rivolto a studenti di classi seconde o terze, che abbiano svolto il programma di geometria piana euclidea. Nel caso delle classi seconde è previsto un seminario storico-introduttivo sulle dimostrazioni di



impossibilità e sul fecondo scambio fra algebra e geometria. Nel caso delle cassi terze al seminario introduttivo viene aggiunto anche un seminario conclusivo sulla risoluzione delle equazioni algebriche.

### 3.7. Le Scienze della vela.

Prof. Giorgio Brajnik, Prof. Lorenzo Freddi, Dott. Ivan Scagnetto, Prof. Francesco Trevisan

Il corso consiste in un ciclo di 4-5 lezioni e un'uscita in barca a vela. Dato il tempo limitato a disposizione, le lezioni non pretendono di essere esaustive. Per ogni lezione viene individuato un problema attorno al quale si sviluppa la lezione con il coinvolgimento attivo degli studenti. Il programma sotto riportato è a titolo provvisorio ed esemplificativo e soggetto a modifiche a cura dei singoli docenti.

**Lezione 1: navigazione** Sistemi di riferimento per la navigazione: carte nautiche, proiezioni e coordinate. Il sistema di navigazione satellitare GPS. Imbarcazioni a vela. Cenni di teoria della vela, andature e manovre. Vento, corrente. Materiali: carte nautiche per uso didattico, squadrette nautiche, compassi e matite.

**Lezione 2: matematica** Problemi matematici della navigazione: rotte di minima distanza (ortodromica o geodetica e lossodromica), rotte di minimo tempo e problema di Zermelo, rotte di intercettazione. Problemi specifici della navigazione a vela.

**Lezione 3: informatica/elettronica** Dal problema teorico alla sua implementazione hardware e software. Gli studenti, organizzati in gruppetti, potrebbero sperimentare, camminando all'aperto, l'acquisizione di dati cinematici (traiettoria e velocità) mediante un Raspberry dotato di GPS, IMU (Inertial Measurement Unit con accelerometri/giroscopi) ed alimentato da una batteria; impareranno ad avviare un programma server dedicato al logging dei dati ed alla loro pubblicazione. Grazie a quest'ultimo servizio, in tempo reale, potranno monitorare sul telefono i dati, imparando a collegarsi al server da un'applicazione web o nativa per Android. Successivamente, rientrati in aula, scaricheranno i dati e li potranno visualizzare su di un PC dotato di Matlab. In dettaglio, apprenderanno le procedure per lo scaricamento dei dati, per la loro conversione in formato leggibile da Matlab e per l'avviamento di uno script di Matlab in grado di visualizzare i dati in grafici, facilmente modificabili. Gli stessi dati potranno essere visti anche mediante una webapp. Materiali: 10 Raspberry Pi 3 dotati di GPS, IMU, batterie, tastiere, schermi.

**Lezione 4: biologia ed ecologia marina** L'ecosistema marino e la sua tutela, responsabilità ambientale.

**Lezione 5: laboratorio** Esercitazione a squadre in cui verrà chiesto agli studenti di risolvere un problema (ad esempio di navigazione). Il lavoro di ciascuna squadra sarà soggetto a una valutazione volta unicamente a stabilire un ordine di precedenza per l'uscita in barca.

**Lezione 6: uscita in barca** Saranno programmate alcune uscite in barca a vela il cui effettivo svolgimento è subordinato alle condizioni meteo.



A ciascuna uscita parteciperà una squadra di 4-5 studenti con l'ordine di precedenza stabilito durante lo svolgimento del laboratorio (Lezione 5).

**Sinergie e coordinamento con altri progetti** Verrà esplorata la possibilità di un'azione coordinata con il progetto “*VelaScuola*”, della FIV in collaborazione con il MIUR (<http://www.federvela.it/giovani/content/il-progetto-velascuola>), che potrebbe semplificare alcuni aspetti organizzativi delle uscite in barca.

3.7.1. *Prerequisiti.* Trigonometria e rudimenti di calcolo differenziale.

3.7.2. *Numero delle Lezioni e loro scansione oraria.* Il numero proposto di ore per svolgere questo Laboratorio è di 10 ore di didattica frontale. Tuttavia un Docente che accettasse di partecipare all'iniziativa avrebbe certamente la possibilità di espandere il materiale proposto sino ad un raddoppio delle ore indicate. La scansione è stata indicata in precedenza in ogni caso per comodità la sintetizziamo qui di sotto:

- (1) 2 ore di Lezione sulla navigazione Prof. Freddi
- (2) 2 ore di Lezione di matematica per la navigazione Prof. Freddi
- (3) 2 ore di Lezione di Informatica elettronica Prof. Brajnik, Scagnetto, Freddi
- (4) 2 ore di Laboratorio sulla Navigazione appositamente istruito dal Prof. Freddi
- (5) 2 ore di Laboratorio in barca a vela con personale appositamente istruito.

3.7.3. *Numero massimo di allievi.* 50

### 3.8. **Realtà e modelli matematici.**

Prof.ssa Rossana Vermiglio

Si vuole accompagnare lo studente in un percorso che va dall'osservazione del fenomeno alla formulazione del modello matematico e alla descrizione della sua dinamica con metodi qualitativi e numerici. L'attenzione sarà principalmente rivolta alle equazioni differenziali ordinarie (sistemi dinamici a tempo continuo) ma l'attività può anche includere le equazioni alle differenze (sistemi dinamici a tempo discreto). Saranno proposti e analizzati dei semplici modelli di dinamica di popolazione senza dimenticare però il ruolo importante svolto dalle equazioni differenziali nella fisica. Il laboratorio intende anche offrire agli insegnanti e agli studenti interessanti spunti per approfondimenti sui modelli matematici in altri contesti applicativi quali epidemiologia, economia, biologia e scienze sociali.

In tal modo lo studente può apprezzare l'uso della matematica come strumento di modellizzazione di fenomeni reali, di riflettere sul concetto di derivata e di confrontarsi con la risoluzione numerica di alcuni modelli utilizzando codici di calcolo (Octave, Matlab). Si confronterà anche con la precisione finita del calcolatore, gli errori e la loro propagazione

3.8.1. *Prerequisiti.* La derivata e lo studio di funzione.

3.8.2. *Numero delle Lezioni e loro scansione oraria.* Le attività di laboratorio da sviluppare saranno concordate con gli insegnanti, che potranno gestirne alcuni autonomamente con i codici forniti dal docente.

- (1) Seminario introduttivo: Realtà e modelli matematici (Prof.ssa Vermiglio) 2 ore;
- (2) Laboratorio 1: Studio qualitativo e quantitativo della dinamica di una popolazione: 3 ore;
- (3) Laboratorio 2: Studio qualitativo e quantitativo della dinamica di più popolazioni o di semplici modelli epidemiologici: 3 ore
- (4) Laboratorio 3: Costruzione e studio qualitativo e quantitativo della dinamica di un'amicizia o altri modelli di interesse: 2 ore;

### 3.9. **Modelli di programmazione lineare intera per problemi di decisione.**

Prof.ssa Franca Rinaldi

**Nota: Il laboratorio della Prof.ssa Rinaldi è fruibile solo in presenza; non è erogabile da remoto** La programmazione lineare intera (PLI) è ad oggi una delle metodologie più generali ed efficaci per la rappresentazione e risoluzione di una ampia gamma di problemi di decisione/ottimizzazione che emergono sia in ambito teorico che applicativo, in particolare nell'organizzazione e gestione di sistemi complessi (sistemi di produzione e distribuzione, sistemi di trasporto, sistemi di telecomunicazioni, servizi sanitari ecc.). Le caratteristiche di un problema di PLI sono semplici da esprimere dal punto di vista matematico; inoltre i pacchetti software attualmente disponibili sono semplici da utilizzare e consentono di risolvere rapidamente istanze di PLI di medie dimensioni.

L'attività del laboratorio sarà focalizzata sul processo di modellizzazione di un problema di decisione/ottimizzazione come problema di PLI, processo che non può essere sistematizzato e che richiede esperienza, intuizione ed un po' di fantasia. Per questo motivo, verranno dapprima presentati alcuni esempi di modelli per problemi applicativi classici per poi proporre, discutere e analizzare insieme agli studenti nuovi problemi formulati dal docente o dagli studenti stessi. Verrà anche illustrato il linguaggio di generazione di modelli AMPL che consentirà agli studenti di risolvere alcune istanze di ciascun problema considerato.

Il laboratorio sarà preceduto da un seminario introduttivo in cui verranno delineati i principali aspetti teorici ed algoritmici della PLI ed i suoi ambiti classici di applicazione.

### 3.10. **Equazioni algebriche di terzo grado.**

Prof. Raffaele Di Santo, Prof. Paolo Bussotti

La ricerca delle soluzioni di un'equazione polinomiale ha coinvolto i matematici sin dai tempi più antichi. Già gli antichi babilonesi si erano dedicati, ad esempio, alla ricerca delle soluzioni di un'equazione di secondo grado. Ma solo agli inizi del 1500 i matematici N. Tartaglia, G. Cardano e S. Del Ferro fornirono tecniche per la risoluzione di equazioni algebriche di terzo grado. In seguito L. Ferrari dette un procedimento risolutivo per quelle di quarto grado.

In questo laboratorio si cercherà di coinvolgere gli studenti nello scoprire, a piccoli passi e in maniera più autonoma possibile, come, a partire da un'equazione di terzo grado in forma generale, si possa passare ad un'equazione di terzo grado in forma particolare e come, per questa, si possa determinare una soluzione. In seguito si mostrerà sinteticamente il metodo proposto da L. Ferrari per determinare una soluzione di un'equazione di quarto grado.

La storia di come si giunse alla soluzione di queste equazioni è, quindi, di grande interesse. Sono, infatti, coinvolti complessi problemi concettuali che i matematici italiani del XVI secolo risolsero per la prima volta, ma rientrano nel contesto anche intricate ed affascinanti vicende umane ed interpersonali tra i protagonisti. Nel seminario si cercherà, pertanto di offrire un quadro completo facendo precedere all'attività laboratoriale la descrizione del quadro storico

3.10.1. *Prerequisiti.* Calcolo letterale, polinomi, teorema di Ruffini e divisione tra polinomi con la regola di Ruffini. Numeri complessi in forma algebrica e in forma trigonometrica. Limiti di funzioni polinomiali.

3.10.2. *Numero delle Lezioni e loro scansione oraria.* Sono previste da 2 a 3 lezioni di 2 ore ciascuna (1 o 2 ore di lezione introduttiva del docente per riassumere i concetti e gli strumenti matematici necessari alla realizzazione della fase successiva, 1 lezione del prof. Bussotti che riassume il contesto storico e 2 lezioni di laboratorio con il prof. Di Santo).

3.10.3. *Numero massimo di allievi.* 30.

### 3.11. **L'insieme di Cantor.**

**Prof. Francesco De Luca, Prof. Raffaele Di Santo**

Questo laboratorio propone agli studenti un'introduzione teorica iniziale dedicata all'Insieme di Cantor, proposto dal matematico tedesco Georg Cantor (1845-1918) come un esempio di insieme con delle proprietà particolari, e un'esperienza di programmazione individuale che riguarda la rappresentazione grafica di tale insieme. Nella parte teorica si tratta il concetto di cardinalità infinita di un insieme in termini elementari e si descrivono la modalità di costruzione dell'insieme e alcune sue proprietà utilizzando la rappresentazione di un numero decimale in base 3, anche nei calcoli veri e propri. In seguito allo studente viene richiesto di creare, in maniera più autonoma possibile, il codice che consente di ottenere una rappresentazione grafica della costruzione dell'insieme per passi.

3.11.1. *Prerequisiti.* Il concetto di funzione iniettiva e suriettiva, la somma della serie geometrica, sistema di numerazione in base 3. Conoscenze di base del linguaggio di programmazione Javascript della Canvas-HTML5.

3.11.2. *Numero delle lezioni e loro scansione oraria.* Sono previste 4 lezioni da due ore ciascuna.

3.11.3. *Numero massimo di allievi.* 30.

### 3.12. Il concetto di buco nero.

**Dott. Daniele Pranzetti**

I buchi neri rappresentano gli oggetti più esotici che esistono nel nostro Universo e sono uno dei principali oggetti di studio della fisica teorica e sperimentale nella ricerca attuale.

Si vuole accompagnare lo studente verso comprensione del concetto di buco nero attraverso un percorso pedagogico dove elementi fisici a matematici connessi fra loro vengono introdotti e spiegati con semplici applicazioni.

In un primo seminario, si parte dal concetto di metrica in spazio piatto, con la distinzione fra direzioni spaziali e temporali; si fa vedere come essa permette la determinazione di diversi tipi di intervalli di lunghezza spazio-temporali. Si introduce poi il concetto di cono luce e come questo descriva la propagazione della luce. Infine si introduce il concetto di tempo proprio per un osservatore che segue una traiettoria di tipo temporale.

Nel corso del laboratorio, si introduce la metrica di Schwarzschild e il concetto di orizzonte; si usano poi le nozioni introdotte nel primo seminario per far determinare agli studenti il rapporto fra l'intervallo di tempo proprio e delle coordinata tempo per un osservatore in moto ad una posizione fissa fuori dall'orizzonte. Lo scopo del laboratorio è quello di mostrare con un conto esplicito come il tempo proprio rallenti più ci si avvicina all'orizzonte del buco nero.

In un secondo seminario finale, si descrive dapprima in maniera semplice le modalità di formazione di un buco nero astrofisico; usando poi la metrica di Schwarzschild introdotta nel corso del laboratorio; si usano le nozioni introdotte nel primo seminario per mostrare come intervalli spazio-temporali di tipo spaziale fuori dall'orizzonte diventino di tipo temporale dentro l'orizzonte e le implicazioni per la propagazione della luce, fino ad introdurre il concetto di singolarità del buco nero.

3.12.1. *Prerequisiti.* Conoscenza di analisi (calcolo) e rudimenti di calcolo differenziale (derivate e integrali di linea).

3.12.2. *Scansione oraria.* Il numero proposto di ore per svolgere questo Laboratorio varia a seconda della necessità del Docente facente richiesta. In ogni caso il numero massimo di ore previsto è di 7, come segue dal seguente programma:

- (1) incontro progettuale con insegnanti (max 1 ora, se necessario);
- (2) 2 ore di lezione da parte del Dott. Pranzetti da tenersi presso l'istituto facente richiesta;
- (3) 2 ore di laboratorio guidato dal Dott. Pranzetti presso l'istituto facente richiesta;
- (4) 2 ore di lezione da parte del Dott. Pranzetti da tenersi presso l'istituto facente richiesta.

3.12.3. *Numero massimo di allievi.* Il numero massimo di allievi che possono partecipare a tutte le fasi del Laboratorio è condizionato unicamente dalla capienza dei locali messi a disposizione dell'istituto richiedente.

#### 4. LE CONFERENZE PLS/MAT-DMIF

Le conferenze del PLS-Matematica affiancano spesso l'attività dei laboratori ma possono costituire anche un'attività indipendente, richiesta da una scuola secondaria come momento singolo di riflessione su un aspetto della matematica o delle sue applicazioni. Tramite la struttura dell'università denominata CORT sono proposte varie conferenze interne al progetto PLS. L'elenco delle conferenze che quest'anno abbiamo proposto tramite il CORT si trova al seguente indirizzo:

[https://www.uniud.it/it/servizi/servizi-orientamento-scuole/servizi-scuole/iniziativa-di-orientamento-e-tutorato-1/Talks\\_UniUD](https://www.uniud.it/it/servizi/servizi-orientamento-scuole/servizi-scuole/iniziativa-di-orientamento-e-tutorato-1/Talks_UniUD)

In aggiunta a quelle proposte tramite il CORT, quest'anno abbiamo anche le seguenti:

##### 4.1. **Fattorizzazione unica e geometria.**

Prof. Pietro Corvaja

**Nota importante: Il laboratorio del Prof. Corvaja è fruibile solo in presenza; non è erogabile da remoto.** Un risultato fondamentale in aritmetica, che risale almeno ad Euclide, afferma che ogni numero naturale si fattorizza in modo unico come prodotto di primi. Un analogo teorema vale nell'ambito dei polinomi. Si mostreranno vari punti di vista su questi teoremi e sulla problematica della fattorizzazione unica, con collegamenti alla geometria e topologia.

##### 4.2. **Questioni di razionalità e le quattro operazioni.**

Prof. Pietro Corvaja

**Nota importante: Il laboratorio del Prof. Corvaja è fruibile solo in presenza; non è erogabile da remoto.** Le questioni di razionalità, tanto in ambito numerico, quanto in quello funzionale, rivestono grande importanza in matematica, e sono collegate a vari problemi di natura apparentemente diversa. Tratteremo anche la questione dell'esistenza di algoritmi, che facciano uso solo delle quattro operazioni, per calcolare certe quantità.

##### 4.3. **Finanza moderna e matematica.**

Dott. Andrea Molent

Finanza e matematica: la finanza moderna utilizza in modo determinante la matematica. Teorie matematiche, anche avanzate, fanno parte della preparazione necessaria a coloro che operano sui mercati finanziari mondiali. Si partirà da elementi di matematica finanziaria di base, che utilizzano solo gli strumenti matematici che fanno parte dei programmi delle scuole superiori, per poi passare a prodotti finanziari più complessi: futures, swaps, opzioni. Si presenteranno tali prodotti finanziari cercando di fornire una idea intuitiva delle relative tecniche di valutazione basate sulla teoria della probabilità. Tutto questo ci permetterà di discutere, da un punto di vista matematico, questioni finanziarie di estrema attualità.

PREREQUISITI: buona conoscenza di esponenziali e logaritmi.

#### 4.4. **Giochi d'azzardo e lotterie: miti, illusioni e la dura realtà.**

Prof. Giuseppe Lancia

**Nota importante: Il laboratorio del Prof. Lancia è fruibile solo in presenza; non è erogabile da remoto.**

Per quanto il fenomeno del gioco sia largamente diffuso nella popolazione, è evidente come non si possa dire altrettanto della comprensione delle nozioni scientifiche alla base del suo funzionamento. Dalla superstizione, alla falsa scienza che propugna (e vende) sistemi infallibili, alla semplice ignoranza e debolezza mentale, il mondo del gioco e dei giocatori appare come quanto di meno razionale sia dato a vedere, soprattutto a fronte dell'enormità di denaro che esso movimentata. In questo seminario ci proponiamo di gettare un po' di luce, da un punto di vista matematico e scientifico, sulle regole alla base dei giochi d'azzardo, quali ad esempio la teoria della probabilità, il concetto di valore atteso di una scommessa, la varianza, e la legge dei grandi numeri. Il quadro che ne appare dovrebbe far riflettere sulla ragionevolezza o meno di partecipare a certe scommesse. Lo scopo del seminario, tra aneddoti ed esempi, non è quello di disincentivare al gioco, ma di rendere il giocatore consapevole dei rischi che sta prendendo e delle fregature, a questo punto non più nascoste, alle quali può andare incontro. A seguito della conferenza, o, comunque, in connessione con essa, il professore che avesse scelto questa proposta può sviluppare un'autonoma attività laboratoriale collegata con lo stesso ordine di problemi su dei comuni giochi di dadi, o di carte, in modo da render capace lo studente di stimare quanto sarebbe equo pagare (o vincere) per una data scommessa. All'inizio verranno proposti giochi più semplici e in seguito anche più complessi. Nelle ore di laboratorio sarà possibile stimolare gli studenti a stimare le probabilità di vincita o di perdita del gioco.

#### 4.5. **Realtà, modelli matematici ed epidemie.**

Prof.ssa Rossana Vermiglio

Si vuole mostrare agli studenti il percorso che va dall'osservazione di un fenomeno alla formulazione del modello matematico e alla descrizione della sua dinamica con metodi qualitativi e numerici, con una riflessione sul metodo scientifico. L'attenzione sarà rivolta alle equazioni alle differenze (sistemi dinamici a tempo discreto) e alle differenziali ordinarie (sistemi dinamici a tempo continuo). Saranno proposti e analizzati dei semplici modelli di dinamica di popolazione, offrendo agli insegnanti e agli studenti interessanti spunti per approfondimenti sui modelli matematici in vari contesti applicativi quali epidemiologia, biologia e fisica.

#### 4.6. **Contare l'infinito: uno, due, infiniti infiniti.**

Prof. Alberto Marcone

La matematica è stata definita "la scienza dell'infinito" e una domanda naturale è se sia possibile contare l'infinito. Partiremo da alcune difficoltà nell'affrontare questo problema (notate già dagli antichi greci e ben esemplificate ad esempio da Galileo) per poi giungere alla soluzione "moderna" ottenuta a partire dal lavoro di Cantor. Scopriremo così che non tutti gli insiemi infiniti sono uguali, ma anzi che esistono infiniti diversi tipi di infinito.

#### 4.7. **La matematica della fotogrammetria.**

Prof. Stefano Urbinati

La fotogrammetria è una tecnica che permette di ricostruire, attraverso un sufficiente numero di immagini di uno stesso oggetto da più angolazioni, la struttura tridimensionale dell'oggetto stesso. Questa tecnica è utilizzata per la topografia e l'architettura, quanto dalle moderne macchine per la tomografia computerizzata. Spesso questa tecnica è anche conosciuta come 'ricostruzione 3D'.

Alla base di questo interessante strumento c'è la geometria proiettiva. La presentazione sarà quindi rivolta alla bellezza della geometria proiettiva e alle sue molteplici applicazioni.

#### 4.8. **Geometria della fisica e fisica della geometria.**

**Prof. Sebastiano Sonogo**

Una delle conseguenze più notevoli della teoria della relatività generale è il ruolo dinamico che essa conferisce alla geometria, che diviene pertanto un'entità fisica a pieno diritto. In questo seminario discuterò il percorso concettuale che conduce a questa affascinante visione del mondo, in cui la geometria influenza il comportamento della materia ed è, a sua volta, da questa influenzata. Presenterò inoltre le nostre conoscenze attuali sulla geometria dello spazio a diverse scale di distanza, e alcune speculazioni su scenari alternativi a quello comunemente accettato.

#### 4.9. **Donne e matematica.**

**Prof.ssa Rossana Vermiglio**

Il seminario propone una riflessione su stereotipi e pregiudizi di genere nelle materie STEM e in particolare in Matematica, attraverso la presentazione di alcuni profili biografici di illustri donne matematiche da Ipazia a Maryam Mirzakhani e Maryna Viazovska.

#### 4.10. **Un viaggio nella crittografia.**

**Prof. Agostino Dovier**

Nel seminario viene introdotto, sia dal profilo storico che da quello matematico e algoritmico, l'affascinante mondo dei codici segreti e della crittografia. Si partirà dai primi cifrari presenti addirittura nella Bibbia, e, passando per i cifrari di Cesare, di Vigenere, dell'Enigma, si giungerà alla crittografia "informatica" elencando i principali risultati, fallimenti e illustrando le sfide aperte.

#### 4.11. **La fillotassi del girasole: il computer come strumento per esplorare fenomeni naturali.**

**Dott. Claudio Mirolo**

La fillotassi analizza la disposizione nello spazio di entità studiate dalla botanica (foglie, fiori, petali, semi, ...) che determinano la struttura geometrica delle piante. Il talk propone l'informatica, e in particolare la programmazione, come strumento di indagine scientifica, mettendone in rilievo la valenza interdisciplinare. L'obiettivo è discutere lo sviluppo di un modello per simulare e quindi per cercare di spiegare la natura di un fenomeno osservato nel mondo vegetale, mettendo in luce come a tale sviluppo concorrano, integrandosi, le prospettive delle scienze naturali, della matematica e dell'informatica.



#### 4.12. **Bioinformatica e sequenziamento di genomi.**

Prof. Alberto Policriti

Il seminario tratterà della interazione tra Biologia e Informatica, due discipline che, a partire dalla fine del secolo scorso, hanno preso a stimolarsi a vicenda introducendo problemi, idee e tecniche molto innovative. Parleremo del ruolo della tecnologia e dei contributi che ha dato in questo dialogo e, per farlo, illustreremo a grandi linee gli obiettivi e l'organizzazione dei grandi progetti di sequenziamento — quali, ad esempio, il progetto di sequenziamento del genoma umano. Concluderemo parlando degli ulteriori avanzamenti che, in un processo attualmente ancora in corso, hanno portato a definire i fondamentali della disciplina che oggi chiamiamo Bioinformatica.

#### 4.13. **Miti e paradossi in salsa matematica: un'introduzione ai teoremi di Gödel.**

Prof.ssa Giovanna D'Agostino

In questo seminario vedremo come il mito dell'Idra e il paradosso del mentitore, risalenti agli antichi greci, possano aiutarci a comprendere i concetti di verità e dimostrazione in matematica.

#### 4.14. **...scusi prof...ma a cosa servono le equazioni?!**

Prof. Dimitri Breda

Un quesito che ritorna spesso, ma al quale forse mai come oggi si può rispondere facilmente in un mondo oramai invaso dalle più disparate tecnologie. Come possiamo gestire una coda allo sportello? Come riusciamo a scambiarci di continuo immagini e video sui social? E google? Tutto possibile grazie alla capacità di risolvere in modo efficiente grandi sistemi di equazioni lineari, e in questa talk cercheremo di capire come, quando e perché.

#### 4.15. **...Blockchain, NFT e metaversi.**

Prof. Massimo Franceschet

La blockchain – teorizzata nel 1991 da Stuart Haber e Scott Stornetta e incarnata per la prima volta in Bitcoin a fine 2009 ad opera di Satoshi Nakamoto – è tra le tecnologie più interessanti di questi tempi. Essa ha dato avvio alla cosiddetta terza iterazione del Web, ovvero il Web3. Mentre nel Web1 ci limitavamo a leggere contenuti statici, nel Web2 abbiamo imparato a scrivere contenuti dinamici attraverso i blog e i social network. Nel Web3, infine, oltre a leggere e scrivere, siamo diventati proprietari dei nostri contenuti e abbiamo imparato a valorizzarli.

Il Web3 è una galassia di applicazioni della tecnologia blockchain, al momento dominata da:

- criptovalute e contratti intelligenti (smart contract), che hanno contribuito a riscrivere la finanza tradizionale in modo decentralizzato e disintermediato;
- NFT (Non Fungibile Token), ovvero certificati che attestano la proprietà di un bene digitale quale un'opera d'arte digitale, una terra o un indossabile nel metaverso, un'arma o un superpotere di un videogioco online, che hanno creato un fiorente quanto imprevedibile mercato dell'arte digitale e aperto la possibilità per un futuro metaverso decentralizzato;

- DAO (Decentralized Autonomous Organization), ovvero organizzazioni di persone con un obiettivo comune che si basano sulla partecipazione dal basso e sull'incentivo ai comportamenti virtuosi che aumentano il valore intrinseco dell'organizzazione.

In questo intervento cercheremo di demistificare la tecnologia blockchain e le principali applicazioni del Web3.

#### 5. MODALITÀ DI ATTIVAZIONE DI UN LABORATORIO O DI UNA CONFERENZA

La procedura consiste nei seguenti passi:

- (1) Si seleziona uno o più tra i laboratori sopra proposti o tra una o più delle conferenze proposte.
- (2) Si compila apposito modulo, detto *Modulo di adesione alle attività proposte nell'A.S. 2022/2023* che istituisce rapporto formale di collaborazione tra scuola e DMIF soggetto a firma da parte del dirigente scolastico.
- (3) Tramite il referente locale del PLS-Matematica, Prof. Urbinati Stefano, si viene messi in contatto con il docente la cui attività sia stata prescelta.
- (4) Si concorda con il docente prescelto data/inizio/svolgimento dell'attività con apposito registro delle presenze.

È importante ricordare che il punto (2) è fondamentale anche ai fini di un riconoscimento economico, previsto dal progetto PLS-Matematica. Tale riconoscimento è a favore di quei docenti delle scuole secondarie che abbiano svolto parte attiva nella creazione o nella messa in opera dell'attività da loro prescelta.

